

## 混凝土坝及坝基分析中截取边界的影响

黄耀英<sup>1,2</sup>, 沈振中<sup>1</sup>, 吴中如<sup>1</sup>, 王德信<sup>1</sup>, 王建<sup>1</sup>

(1. 河海大学 水利水电工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 三峡大学 土木水电学院, 湖北 宜昌 443002)

**摘要:** 针对建立有限元模型分析混凝土坝变形分析时地基应取多大范围、边界条件如何施加等问题, 通过理论分析和数值计算得出结论: (1) 考虑上游库水荷载时, 由弹性理论半无限大地基模型分析可知, 大坝变位随上游库水均布荷载长度的增大而增大, 直至奇异; 由弹性理论底部完全位移约束有限深地基模型分析可知, 大坝变位随上游库水均布荷载长度的增大而渐趋稳定. (2) 实际地基为有限深, 宜采用底部完全位移约束有限深地基模型从理论上探讨地基应取多大范围. (3) 建议大坝有限元模型范围上游取 5~10 倍坝高, 下游 5 倍坝高, 地基深取 5 倍坝高; 在地基底部施加完全位移约束, 在上下游地基施加顺河向连杆约束.

**关键词:** 混凝土坝; 边界条件; 地基范围; 上游库水荷载; 弹性理论; 位移

中图分类号: O241.82:TV642 文献标识码: A 文章编号: 1009-640X(2007)04-0009-05

### Intercepting boundary influence in analysing concrete dam and its rock foundation size

HUANG Yao-ying<sup>1,2</sup>, SHEN Zhen-zhong<sup>1</sup>, WU Zhong-ru<sup>1</sup>, WANG De-xin<sup>1</sup>, WANG Jian<sup>1</sup>

(1. *College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;*  
2. *College of Civil & Hydropower Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China*)

**Abstract:** In considering dam finite element model (FEM) size and boundary condition, and influence of FEM model size on inverse parameters, dam boundary condition is discussed through elastic-theory analysis and numerical calculation. Some conclusions are obtained: (1) considering the upstream water load dam displacement will increase as increase in uniformly distributed load through the elastic-theory semi-infinite foundation, while dam displacement will gradually tend to become stable as increase in uniformly distributed load through the elastic-theory infinite depth foundation. (2) since the foundation is of finite depth in fact, the foundation size must be analysed with the elastic-theory infinite depth foundation. (3) it is suggested that dam FEM model size: 5-10 times of dam height upstream, 5 times of dam height downstream and 5 times of dam height for foundation depth; displacement constraint in foundation bottom and along river connecting rod in upper and down foundation.

**Key words:** concrete dam; boundary condition; foundation size; up water weight; elastic-theory; displacement

采用有限元法分析混凝土坝时, 计算域除坝体外还包含地基. 地基计算区域应取多大范围以及边界约束条件如何施加等, 目前报导的文献存在较大的差异. 文献[1]认为地基比较均匀时, 上下游所取范围及地基

收稿日期: 2007-01-26

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412707)

作者简介: 黄耀英(1977-), 男, 湖南郴州人, 博士研究生, 主要从事大坝安全监测工作. E-mail: huangyaoying@sohu.com

深度在 1~2 倍底宽时,地基边界条件对结构物中的应力影响较小;文献[2]认为上下游所取范围及地基深度应放大至 2~5 倍坝高,此时地基边界条件对坝体应力影响较小;当考虑上游库水荷载时,则须在上游地基边界施加由半无限长均布荷载作用下的应力转化来的面力边界条件;文献[3]认为当考虑上游库水荷载时,可在上下游地基边界施加顺河向连杆约束等. 由于至今未见文献从理论上对上述问题进行探讨,本文拟通过理论分析和数值计算相结合,探讨大坝有限元模型边界条件的问题.

## 1 大坝有限元模型边界条件的理论分析

混凝土坝分重力坝和拱坝等. 以下采用理论分析和数值计算着重对重力坝进行分析,所得结论可推广于其它混凝土坝. 分析时如不加说明,均假设坝体和地基不透水,即水荷载作为面荷载考虑.

目前大坝有限元计算时常采用的模型如图 1 所示.

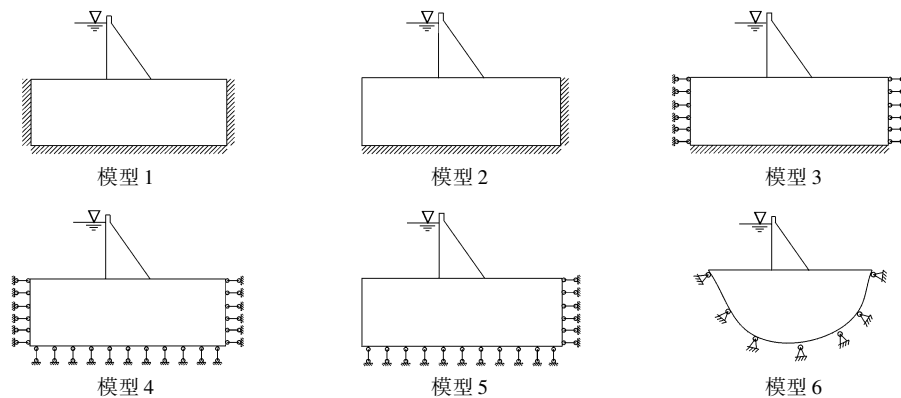


图 1 大坝有限元模型

Fig. 1 FEM models of dams

由弹性理论可知,物体的边界条件<sup>[4]</sup>可分为位移边界、应力边界和混合边界.

(1) 如果不考虑库水荷载,则地基上为有限作用荷载. 由弹性理论可知,水平表面作用有限荷载时,应力随距离的增加而迅速衰减,当地基范围取的足够大,上述 6 种模型都是可行的.

(2) 模型 2 和模型 5 上游地基的边界为自由边界,其本质上是面力为零的无应力边界. 当考虑上游库水荷载时,如果假设上游库水为半无限长均布荷载(见图 2),半无限大地基的应力理论解为

$$\begin{cases} \sigma_z = -\frac{q}{\pi} \arctan \frac{x}{z} - \frac{q}{2} + \frac{q}{\pi} \frac{zx}{z^2 + x^2} \\ \sigma_x = -\frac{q}{\pi} \arctan \frac{x}{z} - \frac{q}{2} - \frac{q}{\pi} \frac{zx}{z^2 + x^2} \\ \tau_{zx} = \frac{q}{\pi} \frac{z^2}{z^2 + x^2} \end{cases} \quad (1)$$

由(1)式可知,顺河向正应力和剪应力不等于零. 因此,当考虑上游库水荷载时,模型 2 和模型 5 相对不合理.

(3) 假设上游库水为半无限长均布荷载(见图 2),半无限大地基的转角为

$$\tan \alpha' = \frac{v(z=0, x=0) - v(z=0, x=-x_0)}{x_0} = -\frac{2q(1-\mu^2)}{\pi E} \ln x_0 + \infty \quad (2)$$

式中: $x_0$  为大坝形心到上游坝面的距离; $\alpha'$  为地基转角.

由(2)式可见,上游库水引起地基的位移和转角随上游库水均布荷载长度的增大而增大. 假设上游库水荷载为半无限长均布荷载,位移和转角的正切奇异(或称转角趋近于  $90^\circ$ ). 由垂直位移分析可知,地基边界  $s_1$ (见图 2)的垂直位移不为零,故考虑上游库水荷载时,模型 1 相对不合理.

(4) 假设上游库水为有限宽半无限长均布荷载作用下的半空间体(见图 3),半无限大地基转角<sup>[5]</sup>为:

$$\tan\alpha' = -\frac{2q(1-\mu^2)}{\pi E} \left\{ \ln x_0 - \ln(\sqrt{x_0^2 + c^2} + c) + \frac{c}{x_0} \ln \frac{c}{\sqrt{x_0^2 + c^2} + c} \right\} \quad (3)$$

由(2)和(3)式可见,平面问题和空间问题的转角表达式有些相似. 地基面垂直位移和水平位移随上游库水均布荷载长度的增大而增大. 当上游库水假设为有限宽半无限长均布荷载时,地基位移奇异. 地基面转角正切随河道宽(2c)的增大而增大;当河道宽为无穷大时,此时地基转角正切奇异(无穷大,或称转角趋近于90°).

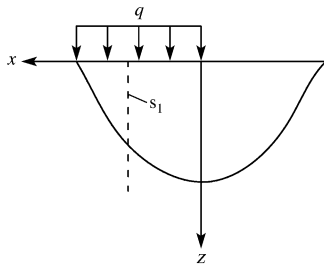


图2 半无限长均布荷载作用下半平面体  
Fig. 2 Semi-plane of semi-infinite uniformly distributed load

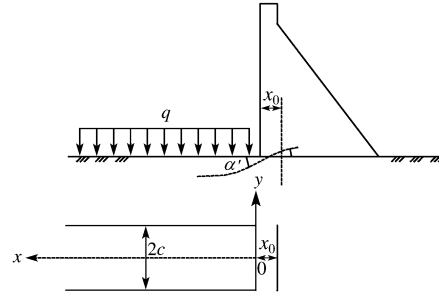


图3 有限宽半无限长均布荷载作用下的半空间体  
Fig. 3 Semi-infinite body of finite-width and semi-infinite uniformly distributed load

由地基转角引起坝体的刚性变位为

$$\Delta u \approx \alpha' h \quad (4)$$

式中:h为坝高或测点高程; $\alpha'$ 为地基转角.

(5)对于底部完全位移约束有限深地基模型,由上述半无限地基模型分析可知,地基面的位移随上游库水均布荷载长度的增大而增大,直至奇异.这与实际情况不相符,实际地基深度为有限深.该有限压缩层深度可由外荷载作用下的地基附加垂直向应力与地基自重应力的比值为0.1来确定,或由实测沉降值反分析确定.以下采用弹性理论中的底部完全位移约束有限深地基模型对上游库水均布荷载进行分析.如图4所示的地基水平表面的位移解<sup>[6]</sup>为

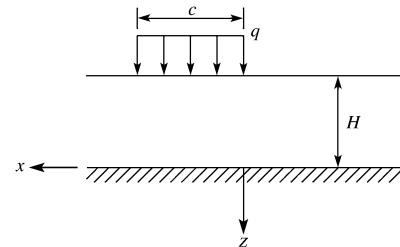


图4 底部完全位移约束有限深地基  
Fig. 4 Rigid constraint in bottom of finite depth Foundation

$$\begin{aligned} u|_{z=-H} &= \frac{(1+\mu)q}{E\pi} \int_0^{+\infty} \frac{-(3-4\mu)(1-2\mu)(e^{\xi H} - e^{-\xi H})^2 + 4(\xi H)^2}{(3-4\mu)(e^{\xi H} + e^{-\xi H})^2 + 4(1-2\mu)^2 + 4(\xi H)^2} \frac{[\cos\xi x(\cos\xi - 1) + \sin\xi x \sin\xi]}{\xi^2} d\xi \\ v|_{z=-H} &= \frac{2(1-\mu^2)q}{E\pi} \int_0^{+\infty} \frac{(3-4\mu)(e^{2\xi H} - e^{-2\xi H}) - 4\xi H}{(3-4\mu)(e^{\xi H} + e^{-\xi H})^2 + 4(1-2\mu)^2 + 4(\xi H)^2} \frac{[\sin\xi \cos\xi x - \sin\xi x(\cos\xi - 1)]}{\xi^2} d\xi \end{aligned} \quad (5)$$

假设q为90 m水头压力,c取一个很大的值以考察上游作用半无限长库水均布荷载(本文取c=10 000 m),地基深度H可变,地基变形模量为18 GPa,泊松比 $\mu=0.25$ .采用变步长辛普生积分公式<sup>[7]</sup>求(5)式,结果见图5,图中h=100 m.

由图5可见,①垂直位移随地基深度的增大而增大;当地基深度一定时,垂直位移随x向距离的增大而渐趋稳定,该稳定的x向距离随地基深度的增大而增大.②坝踵处的水平位移随地基深度的增大而逐渐增大;当地基深度一定时,水平位移随x向距离的增大而渐趋于零;该趋于零的x向距离随地基深度的增大而增大.

综上所述,当地基深度一定时,库水均布荷载引起地基变位随距坝踵距离的增大而渐趋稳定:垂直位移趋于一定值,水平位移趋于零.另外,分析(1)式还可知,如果 $x \gg z$ , $\sigma_x = \sigma_z \approx -q$ , $\tau_{xz} \approx 0$ ,即当上游取5倍坝高及以上时,地基边界 $s_1$ (见图2)浅层的剪应力很小,而顺河向正应力很大.因此,上下游地基边界条件可近似采用顺河向连杆约束.

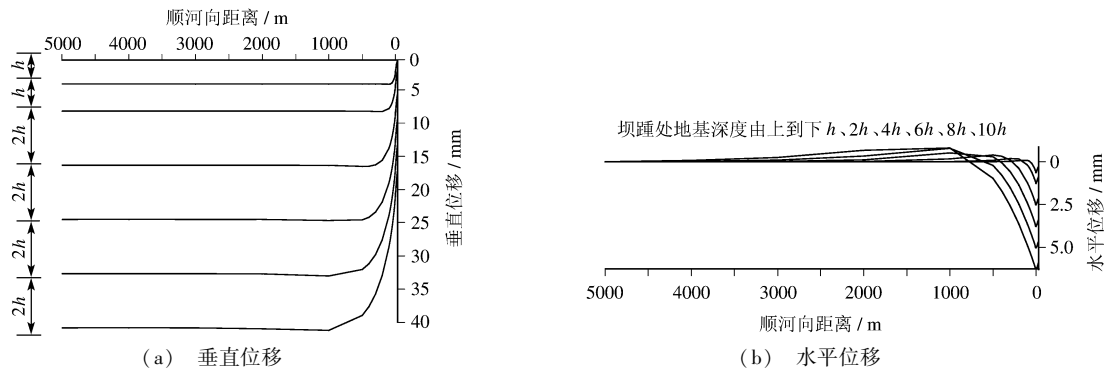


图5 水平表面位移理论计算值

Fig 5 Theoretical displacement value in surface

上述分析还表明,当考虑上游库水荷载时,模型6也相对不合理.假设地基地部为光滑刚性支承约束时,采用弹性理论中的底部光滑刚性支承约束有限深地基模型对上游库水均布荷载进行分析<sup>[8]</sup>可知,地基深度一定,库水荷载引起地基地部(尤其是坝踵处的地基地部)的水平位移随上游所取范围的增大而增大.这与实际不相符,故模型4相对不合理.

由此可见,当考虑上游库水荷载时,模型3相对合理些.

## 2 数值计算及结果分析

设坝高100 m的混凝土重力坝,上游水位▽90 m,下游无水.仅考虑上游库水荷载.坝体弹性模量为20 GPa,泊松比为0.2;地基变形模量为18 GPa,泊松比为0.25.分析时,为便于与理论值进行比较,假设整个地基变形模量都为18 GPa,且不随深度增加而变化.按平面应变问题分析,上下游地基边界施加顺河向连杆约束,地基地部施加完全位移约束,即采用图1中的模型3计算了18组工况.坝体位移见表1,表中水平位移以向下游为正,向上游为负;垂直位移以上抬为正,下沉为负.地基表面位移见图6~7(有限元模型采用的坐标系与理论分析采用的坐标系略有差异,绘图比较时已作转化)

表1 不同模型的坝体水平位移

Tab.1 Dam horizontal displacement in different models

工况	各处位移/mm			工况	各处位移/mm			工况	各处位移/mm		
	坝踵	坝顶	转角		坝踵	坝顶	转角		坝踵	坝顶	转角
1h/1h/2h	-0.965	-5.656	-4.690	1h/1h/4h	-1.363	-6.802	-5.439	5h/5h/6h	-3.950	-11.720	-7.770
2h/2h/2h	-0.893	-5.523	-4.630	2h/2h/4h	-2.340	-8.867	-6.527	10h/10h/6h	-3.350	-11.040	-7.690
5h/5h/2h	-0.736	-5.345	-4.609	5h/5h/4h	-2.181	-8.726	-6.545	20h/20h/6h	-3.170	-10.860	-7.690
10h/10h/2h	-0.727	-5.336	-4.609	10h/10h/4h	-1.952	-8.487	-6.535	40h/40h/6h	-3.160	-10.850	-7.690
20h/20h/2h	-0.727	-5.336	-4.609	20h/20h/4h	-1.929	-8.463	-6.534	40h/40h/20h	-12.300	-23.470	-11.170
40h/40h/2h	-0.727	-5.336	-4.609	40h/40h/4h	-1.929	-8.463	-6.534	40h/40h/40h	-29.140	-42.380	-13.240

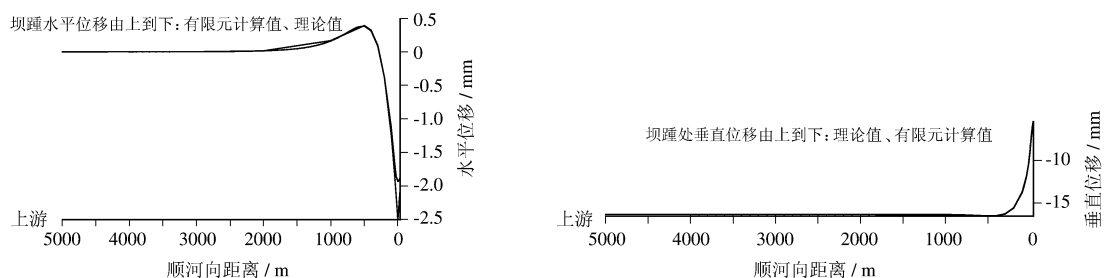
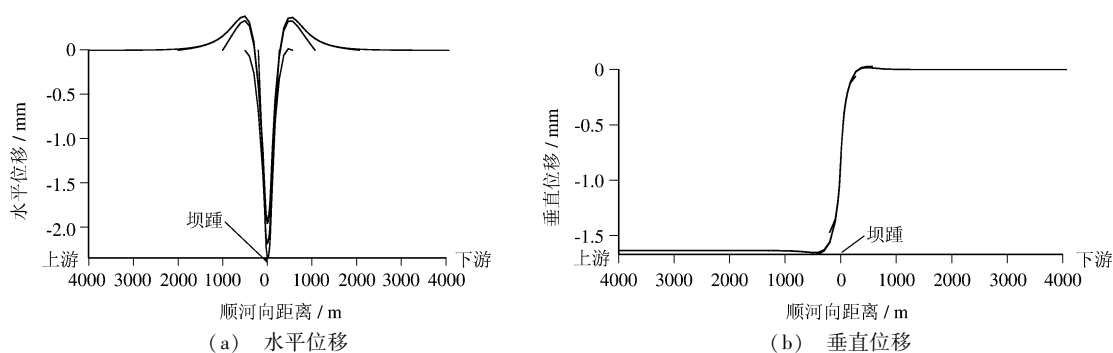
注:表中1h/1h/2h系指上游取1倍坝高,下游取1倍坝高,地基取2倍坝高.

分析计算结果可见:

(1)弹性理论底部完全位移约束有限深地基模型理论计算值与有限元计算值十分吻合(见图6).

(2)采用有限元法计算时,库水不仅使地基转动导致坝体变位,还将使坝基面产生较大的水平位移,该水平位移同样引起坝顶的刚性变位.由转角引起的变位以及坝踵水平位移随所取范围的增大而增大.

(3)由表1中数据还可见,地基深度一定,坝顶水平变位随上游所取范围的增大而略有减小,并趋于稳定.由图7还可见,仅作用上游库水荷载时,地基表面水平位移基本对称;当上游所取范围较大时,该水平位移随距坝踵距离的增加而逐渐趋近于零.

图6 地基深度为 $4h$ 时地基表面有限元计算位移和理论位移比较Fig. 6 Foundation FEM displacement and theoretical displacement in the depth  $4h$ 图7 不同工况下地基深度为 $4h$ 时地基表面位移Fig. 7 Foundation displacement in the depth  $4h$  of different load cases

### 3 结 语

对混凝土坝及坝基分析中截取边界的影响进行了探讨,得到以下结论:

(1) 考虑上游库水荷载时,上游地基无论采用何种边界条件,都将一定程度影响计算精度.由弹性理论半无限大地基模型分析可知,上游库水荷载引起坝体的顺河向位移(地基转角变位和坝基面变位引起的变位)随着上游库水均布荷载长度的增大而增大,直至奇异,这与实际情况不相符.实际地基深度为有限深,该有限压缩层深度可由外荷载作用下的地基附加应力与地基自重应力的比值为0.1来确定(对于三维问题,左右岸宽度可由地基附加水平向应力与 $\mu(1-\mu)$ 倍地基自重应力的比值为0.1来确定( $\mu$ 为岩基泊松比)),或由实测值反分析确定,然后采用弹性理论底部完全位移约束有限深地基模型对上游库水均布荷载进行分析.

(2) 为了较好地考虑上游库水荷载对坝体变位的影响,应结合底部完全位移约束有限深地基模型理论进行估计,并综合考虑实际库区地形地质情况.考虑计算工作量和计算精度等因素,建议大坝有限元模型,上游取5~10倍坝高,下游5倍坝高,地基取5倍坝高,在地基底部施加完全位移约束,在上下游地基施加顺河向连杆约束.

### 参 考 文 献:

- [1] 华东水利学院. 弹性力学问题的有限单元法[M]. 北京: 水利电力出版社, 1978: 40-41.
- [2] 敖麟. 用有限单元法计算重力坝时关于地基边界条件的探讨[J]. 水利学报, 1981, (4): 18-29.
- [3] 潘家铮. 重力坝设计[M]. 北京: 水利电力出版社, 1987: 408-409.
- [4] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990: 30-32, 108-117, 295-298.
- [5] 傅作新. 水工结构力学问题的分析与计算[M]. 南京: 河海大学出版社, 1993: 150-153.
- [6] 赵光恒, 张子明. 有限深弹性层上基础梁的计算[J]. 华东水利学院学报, 1984, (2): 32-44.
- [7] 王淑云, 方保镛, 王如云. 数值分析方法[M]. 南京: 河海大学出版社, 1996: 187.
- [8] 黄耀英, 王润富, 吴中如. 无限长空间板在轴对称荷载作用下的位移和应力分析[J]. 河海大学学报, 2006, 34(3): 285-289.